

Задачи по курсу «Классические решения в теории поля»

1. Вычислить энергию движущегося кинка.

2.

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + (D_\mu\Phi)^*(D_\mu\Phi) - \lambda(\Phi^*\Phi - v^2)^2$$

Найти явный вид вихревого решения в пределе $m_\Phi \gg m_A$ (кроме области вблизи начала координат) и вычислить его плотность энергии dE/dz .

3.

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + (D_\mu\Phi)^*(D_\mu\Phi) - \lambda(\Phi^*\Phi - v^2)^2$$

Доказать, что при $m_\Phi = m_A$ уравнения для вихревой линии сводятся к уравнениям первого порядка. Вычислить плотность энергии dE/dz при этом условии. Указание: сравнить уравнения с уравнениями в Задачах 5 и 6.

4. Для сферы S^n записать элемент поверхности в обобщенных сферических координатах.

5. Подставить анзац

$$\phi^a = \frac{x^a}{er^2}H(ver); \quad A_i^a = \varepsilon_{aij}\frac{x^j}{er^2}(1 - K(ver))$$

в уравнения Богомольного для теории Янга-Миллса со скалярным полем в присоединенном представлении и спонтанно нарушенной симметрией и получить уравнения для функций H и K . Убедиться, что решение Прасада-Зоммерфельда удовлетворяет этим уравнениям.

6. Подставить анзац

$$\phi^a = \frac{x^a}{er^2}H(ver); \quad A_i^a = \varepsilon_{aij}\frac{x^j}{er^2}(1 - K(ver))$$

в уравнения движения для теории Янга-Миллса со скалярным полем в присоединенном представлении и спонтанно нарушенной симметрией и получить уравнения для функций H и K .

7. Установить связь между монополем Ву-Янга и монополем Дирака при $\pi/2 < \theta < \pi$.

8. Убедиться, что уравнения движения теории Янга-Миллса со скалярным полем в присоединенном представлении и спонтанно нарушенной симметрией в пределе $\lambda \rightarrow 0$ следуют из уравнений Богомольного. (Проверить это как для уравнений в терминах H и K , так и для исходных уравнений.)

9. Построить $5n + 3$ -параметрическое антиинстантонное решение, явно вычислить его действие и степень отображения.
10. Сформулировать условия АДХМ для антиинстантонного решения и проверить выполнение уравнения антисамодуальности при этих условиях.
11. Найти закон преобразования параметра

$$\Sigma = 2(a_1^+ - a_2^+)a_{12} - w_1^+w_2 + w_2^+w_1$$

для двухинстантонного решения в АДХМ формализме при остаточных $O(2)$ преобразованиях.